Riesgo moral con varios agentes

- El principal contrata a dos agentes para hacer dos tareas distintas. Pero el esfuerzo de agente 1 puede afectar el resultado de la tarea 2 y viceversa.

$$x_1 = e_1 + \varepsilon_1 \qquad x_2 = e_2 + \varepsilon_2 \qquad \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} \approx N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \right)$$

- Contratos lineales
  - agente 1 $\quad A + B_1 X_1 + B_2 X_2$
  - agente 2 $\quad C + D_1 X_1 + D_2 X_2$

Coste esfuerzo: $\quad C_i(e_i) = \frac{1}{2} e_i^2 \qquad i = 1,2$

los agentes tienen preferencias media-varianza:
(ρ aversión al riesgo)

$$EU_A = E(w) - \frac{1}{2} \rho \, VAR(w) - v(e)$$

Problema del agente 1

$$\max_{e_1} A + B_1 e_1 + B_2 e_2 - \frac{1}{2} \rho \left(B_1^2 \sigma_{11} + B_2^2 \sigma_{22} + 2 B_1 B_2 \sigma_{12} \right) - \frac{1}{2} e_1^2$$

Resultado: $\quad e_1^* = B_1$

Analogamente: $\quad e_2^* = D_2 \quad$ para el agente 2

Problema principal

$$\max_{A, B_1, B_2, C, D_1, D_2} \left(e_1 - A - B_1 e_1 - B_2 e_2 + e_2 - C - D_1 e_1 - D_2 e_2 \right)$$

t.q.

$$A + B_1 e_1 + B_2 e_2 - \frac{1}{2} \rho \left(B_1^2 \sigma_{11} + B_2^2 \sigma_{22} + 2 B_1 B_2 \sigma_{12} \right) - \frac{1}{2} e_1^2 \geq \underline{U}$$

$$C + D_1 e_1 + D_2 e_2 - \frac{1}{2} \rho \left(D_1^2 \sigma_{11} + D_2^2 \sigma_{22} + 2 D_1 D_2 \sigma_{12} \right) - \frac{1}{2} e_2^2 \geq \underline{U}$$

$$B_1 = e_1$$

$$D_2 = e_2$$

Problema principal

$$\max_{A,B_1,B_2,C,D_1,D_2} \left(B_1 - A - B_1^2 - B_2D_2 + D_2 - C - D_1B_1 - D_2^2\right)$$

t.q. $$A + B_1^2 + B_2D_2 - \frac{1}{2}\rho\left(B_1^2\sigma_{11} + B_2^2\sigma_{22} + 2B_1B_2\sigma_{12}\right) - \frac{1}{2}B_1^2 \geq \underline{U}$$

$$C + D_1B_1 + D_2^2 - \frac{1}{2}\rho\left(D_1^2\sigma_{11} + D_2^2\sigma_{22} + 2D_1D_2\sigma_{12}\right) - \frac{1}{2}D_2^2 \geq \underline{U}$$

CPO: $$\frac{\partial L}{\partial A} = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 1$$
$$\frac{\partial L}{\partial C} = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 1$$

Utilizando estos resultados derivamos los otros CPO:

Los otros CPO

$$C1: \frac{\partial L}{\partial B_1} = 0 = 1 - 2B_1 - D_1 + 2B_1 - \rho\left(B_1\sigma_{11} + B_2\sigma_{12}\right) - B_1 + D_1$$

$$C2: \frac{\partial L}{\partial B_2} = 0 = -D_2 + D_2 - \rho\left(B_2\sigma_{22} + B_1\sigma_{12}\right) \Rightarrow B_2 = -\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}B_1$$

$$C3: \frac{\partial L}{\partial D_1} = 0 = -B_1 + B_1 - \rho\left(D_1\sigma_{11} + D_2\sigma_{12}\right) \Rightarrow D_1 = -\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{11}}D_2$$

$$C4: \frac{\partial L}{\partial D_2} = 0 = -B_2 + 1 - 2D_2 + B_2 + 2D_2 - \rho\left(D_2\sigma_{22} + D_1\sigma_{12}\right) - D_2$$

Utilizando C2 y C3 en C1 y C4: $$B_1 = \frac{1}{1 + \rho\left(\sigma_{11} - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{22}}\right)}$$

$$D_2 = \frac{1}{1 + \rho\left(\sigma_{22} - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}}\right)}$$

Comentarios

- Con una correlación positiva (negativa) si i lo hace bien j cobra menos (más) porque un buen resultado significa menos (más)
- comparado con el caso de un solo agente, puedo conseguir el mismo e con menos varianza => esfuerzo mayor ahora

$$Var(w_1) = B_1^2\sigma_{11} + B_1^2\frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{22}^2}\sigma_{22} - 2B_1^2\frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{22}} = B_1^2\left(\sigma_{11} - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{22}}\right)$$

- los esfuerzos están más cerca del óptimo (con información simétrica)

Riesgo moral: Seguro de desempleo

- Justificación de las políticas de seguro de desempleo:
  - perturbaciones económicas tienen efectos significativos sobre la productividad de las empresas
  - cambios de productividad afectan a las decisiones de las empresas relativas al paro
  - para el trabajador estas perturbaciones se traducen en incertidumbre respecto a la situación laboral (probabilidad de perder trabajo). Si los trabajadores son aversos al riesgo existen ganancias potenciales importantes en el bienestar si se comparte el riesgo
- pero: adversos efectos sobre los incentivos de buscar trabajo

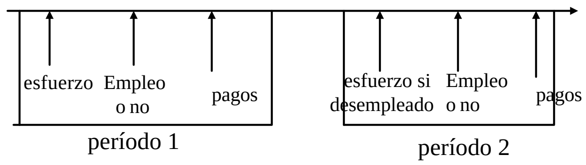
Hopenhayn & Nicolini

- analizan para España una reforma del sistema de desempleo en la cual varían tanto el beneficio de desempleo como la cotización a la seguridad social
- demuestran que en el contrato óptimo el beneficio de desempleo disminuye cuando más tiempo está desempleado un trabajador y la cotización a la seguridad social aumenta
- una análisis de los datos demuestra que en el caso español
  - las tasas de salida mensual de desempleo oscilan entre un 8% y un 19% para los distintos trabajadores y que para estos oscilaciones el contrato óptimo es muy similar
  - el ahorro puede ser muy elevado oscilando entre un 20% y un 30% del presupuesto actual
  - el sistema actual proporciona demasiado cobertura: con la reforma las tasas de salida del desempleo aumentarían sustancialmente (reducción del desempleo)

Compensación por desempleo

- Riesgo moral repetido (modelo de 2 períodos)
- principal neutral al riesgo
- agente averso al riesgo: U'>0, U''<0
- instrumentos de política económica del gobierno:
  - compensación por desempleo d_i i=1,2(puede variar con el período)
  - cotización a la seguridad social
    - t_1 en 1,2 si empleado en 1
    - t_2 en 2 si empleado en 2
- si se encuentra empleo en 1 no se pierde en 2

Desarrollo temporal



El agente decide si esforzarse (coste=c) o no (coste =0) en la busqueda de trabajo. Probabilidad de encontrar empleo si se esfuerza p_i es más grande si no se esfuerza q_i

supongamos que el salario w no varia en los períodos y que no hay descuento

Formulación matemática:

$$\max_{t_1,t_2,d_1,d_2} p_1(t_1+t_1)+(1-p_1)p_2(t_2-d_1)+(1-p_1)(1-p_2)(-d_1-d_2)$$

C1 t.q. $p_1\big(u(w-t_1)+u(w-t_1)-c\big)+(1-p_1)p_2\big(u(d_1)+u(w-t_2)-2c\big)$
$+(1-p_1)(1-p_2)\big(u(d_1)+u(d_2)-2c\big)\geq \underline{U}$

(μ_1) $p_1\big(u(w-t_1)+u(w-t_1)-c\big)+(1-p_1)p_2\big(u(d_1)+u(w-t_2)-2c\big)$
$+(1-p_1)(1-p_2)\big(u(d_1)+u(d_2)-2c\big)\geq$

C2 $q_1\big(u(w-t_1)+u(w-t_1)\big)+(1-q_1)p_2\big(u(d_1)+u(w-t_2)-c\big)$
$+(1-q_1)(1-p_2)\big(u(d_1)+u(d_2)-c\big)$

C3 (μ_2) $p_2u(w-t_2)+(1-p_2)u(d_2)-c\geq q_2u(w-t_2)+(1-q_2)u(d_2)$

Cotizaciones y compensaciones óptimas

- el subsidio en el segundo período cubre poco sueldo.Podemos reformular C3 cómo
  $$(p_2-q_2)\big(u(w-t_2)-u(d_2)\big)\geq c \qquad \Rightarrow w-t_2>d_2$$
- el subsidio decrece del período 1 al período 2

$$\frac{\partial L}{\partial d_1}=-\big((1-p_1)p_2+(1-p_1)(1-p_2)\big)+\lambda(1-p_1)u'(d_1)+\mu_1(q_1-p_1)u'(d_1)=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial d_2}=-\big((1-p_1)(1-p_2)\big)+\lambda(1-p_1)(1-p_2)u'(d_2)+\mu_1(q_1-p_1)(1-p_2)u'(d_2)$$
$$+\mu_2(q_2-p_2)u'(d_2)=0$$

$$\frac{1}{u'(d_1)}=\lambda+\mu_1\frac{(q_1-p_1)}{(1-p_1)}$$

$$\frac{1}{u'(d_2)}=\lambda+\mu_1\frac{(q_1-p_1)}{(1-p_1)}+\mu_2\frac{(q_2-p_2)}{(1-p_1)(1-p_2)}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{u'(d_1)}>\frac{1}{u'(d_2)}\qquad\Leftrightarrow\qquad d_1>d_2$$

Cotizaciones y compensaciones óptimas

- La cotización en el período 1 es menos grande en el período 2 si no es costoso dar incentivos en 2 (μ_2 pequeño)

$$\frac{\partial L}{\partial t_1} = 2p_1 - 2\lambda p_1(u'(w-t_1)) - 2\mu_1(p_1 - q_1)u'(w-t_1) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_2} = (1-p_1)p_2 - \lambda(1-p_1)p_2u'(w-t_2) - \mu_1 p_2(q_1 - p_1)u'(w-t_2)$$
$$- \mu_2(p_2 - q_2)u'(w-t_2) = 0$$

$$\frac{1}{u'(w-t_1)} = \lambda + \mu_1\frac{(p_1 - q_1)}{p_1}$$

$$\frac{1}{u'(w-t_2)} = \lambda + \mu_1\frac{(q_1 - p_1)}{(1-p_1)} + \mu_2\frac{(p_2 - q_2)}{(1-p_1)p_2}$$

Cotizaciones y compensaciones óptimas

- Mostrar cuando $w - t_1 \geq d_1$
  C2 podemos escribir cómo

$$(p_1-q_1)\big(u(w-t_1)+u(w-t_1)\big)+p_2(q_1-p_1)\big(u(d_1)+u(w-t_2)-c\big)$$
$$+(1-p_2)(q_1-p_1)\big(u(d_1)+u(d_2)-c\big)\geq c \qquad \Leftrightarrow$$
$$(p_1-q_1)\big(u(w-t_1)-u(d_1)\big)+(p_1-q_1)\underbrace{\big(u(w-t_1)-(p_2u(w-t_2)+(1-p_2)u(d_2)-c\big)}_{B}\geq c$$

si B es pequeño tenemos que $w - t_1 \geq d_1$

los incentivos del período 2 hacen menos fuertes los del período 1

Racionamiento de crédito:

Racionamiento en el mercado de crédito

- Si una empresa no puede obtener crédito a pesar que está dispuesto a pagar el tipo de interés R vigente está racionado de crédito
- modelo:
  - un banco y *N* empresas neutrales al riesgo
  - dos proyectos de inversión I: *a* y *b*
  - *a* es más seguro y más rentable en esperanza,
  - *b* paga más si es exitoso
  - interés R pagado únicamente en caso de éxito
  - el banco tiene dinero *L*

Racionamiento en el mercado de crédito

$$p_a X_a > p_b X_b > I$$
$$X_b > X_a$$
$$U(R,i) = p_i (X_i - R)$$
$$\Pi(R,i) = p_i R - I$$
$$I \leq L < NI$$

Información simétrica:

• banco exige proyecto *a*

• U(R,a)=0 no hay racionamiento de crédito

Riesgo moral:

• dado *R* la empresa elige el proyecto que más le conviene

• empresa elige *a* si y sólo si R≤ $\hat{R}$ donde

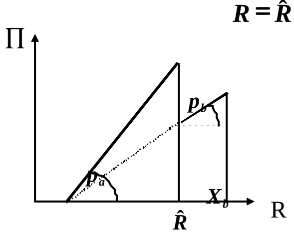
$$p_a(X_a - \hat{R}) = p_b(X_b - \hat{R}) \Leftrightarrow \hat{R} = \frac{p_a X_a - p_b X_b}{p_a - p_b}$$

Racionamiento en el mercado de crédito

Beneficios del banco: $\Pi(R) = \begin{cases} p_a R - I & \text{si } 0 \leq R \leq \hat{R} \\ p_b R - I & \text{si } \hat{R} < R \leq X_b \end{cases}$

El banco fijará: $R = X_b$ si $p_a \hat{R} < p_b X_b \Rightarrow U = 0$

$R = \hat{R}$ si $p_a \hat{R} > p_b X_b \Rightarrow U = p_a(X_a - \hat{R}) > 0$



Todos los empresarios piden crédito
hay racionamiento L<NI