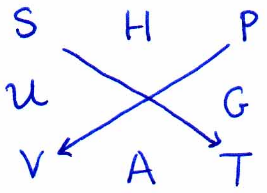
Λύσεις ασκήσεων $4^{ου}$ σετ

ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΕΙΑ Ι

(1) Μνημονικό διάγραμμα "SHP UG VAT".



Από τον ορισμό του $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_V$ οπότε πρέπει να ξεκινήσω από το διάγραμμα "SHP UG VAT" με χρήση του dU.

$$dU = TdS - PdV \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V - P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_V$$

$$\Rightarrow C_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_V - P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_V$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \cancelto{0}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_T} \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_V - \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_V$$

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = -\left[\frac{\partial\left(\frac{nRT}{V}\right)}{\partial V}\right]_T \cdot \left[\frac{\partial\left(\frac{nRT}{P}\right)}{\partial T}\right]_V$$

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = -\left(-\frac{nRT}{V^2}\right)\cdot\left(\frac{nR}{P}\right) = \frac{\cancel{P}}{V}\cdot\frac{nR}{\cancel{P}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \frac{nR}{V}}$$

(2) Λύση:

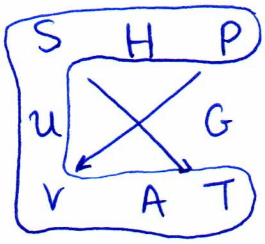
$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \cdot dV$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \cancelto{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial V}\right)_S}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left[\frac{\partial\left(\frac{nRT}{V}\right)}{\partial T}\right]_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S + \left[\frac{\partial\left(\frac{nRT}{V}\right)}{\partial V}\right]_T$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \frac{nR}{V} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S - \frac{nRT}{V^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \frac{nR}{V}\left[\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S - \frac{T}{V}\right] \\ \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \end{array}\right\} \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \frac{nR}{V}\left[-\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V - \frac{T}{V}\right]$$



$$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = -\frac{nR}{V}\left[\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V - \frac{T}{V}\right]$$

(3) $\left.\begin{array}{l} G \equiv H - TS \\ H \equiv U + PV \end{array}\right\} \Rightarrow G = U + PV - TS \Rightarrow$

$$dG = dU + d(PV) - d(TS) \Rightarrow$$

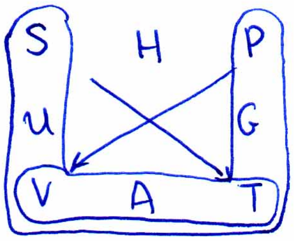
$$dG = dU + PdV + VdP - TdS - \cancel{SdT}^{\,0} \quad T = \text{σταθερό}$$

Επίσης για ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση ιδανικού αερίου $dU = 0$

$$\Rightarrow dG = PdV + VdP - TdS$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = P\cancel{\left(\frac{\partial V}{\partial V}\right)_T}^{\,1} + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = P + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \\ \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \end{array}\right\} \Rightarrow$$



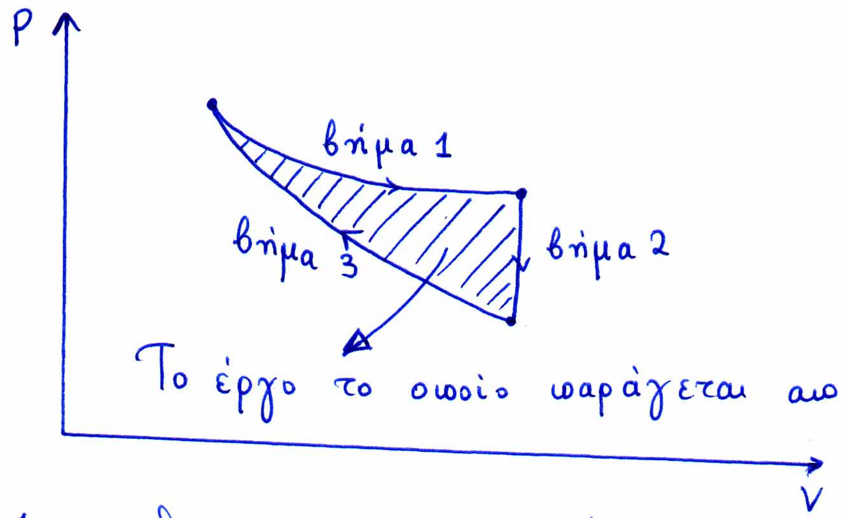
$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = P + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \\ \text{για ιδανικό αέριο} \quad P = \frac{nRT}{V} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = P + V\left[\frac{\partial\left(\frac{nRT}{V}\right)}{\partial V}\right]_T - T\left[\frac{\partial\left(\frac{nRT}{V}\right)}{\partial T}\right]_V \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = P + V\cdot\left(-\frac{nRT}{V^2}\right) - T\left(\frac{nR}{V}\right) \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = \cancel{P} - \frac{nRT}{V} - \cancel{P} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T = -P}$$

(4) Λύση:



Το έργο το οποίο παράγεται από αυτό τον κύκλο ισούται με το εμβαδό του σκιασμένου χώρου.

βήμα 1: ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση

βήμα 2: ισόχωρη αποβολή θερμότητας

βήμα 3: αδιαβατική συμπίεση πίσω στην αρχική θέση πάνω στο ενδεικτικό διάγραμμα.

(5) Για κάθε εισπνοή το έργο που χάνεται από τον ανθρώπινο οργανισμό ισούται με:

(a) $$W = -P\Delta V = -(1\text{atm})(0.5\,\ell)\frac{(101325\,\text{Pa})}{(1\text{atm})}\cdot\left(\frac{10^{-3}\,\text{m}^3}{1\,\ell}\right)$$

$$= 50.66\ \text{J}$$

Το έργο για μια ολόκληρη μέρα ισούται:

$$W_{day} = 12\left(\frac{1}{\cancel{min}}\right)\cdot 60\left(\frac{\cancel{min}}{\cancel{hr}}\right)\cdot 24\left(\frac{\cancel{hr}}{day}\right)\cdot 50{,}66\,(\text{J})$$

$$W_{day} = 875405\ \frac{\text{J}}{day}$$

(b) Το έργο το οποίο απαιτείται για ανύψωση μιας μάζας ισούται: $W = m\cdot g\cdot h$

$$\Rightarrow m = \frac{W}{g\cdot h} = \frac{875405\,(\text{J})}{9{,}81\left(\frac{m}{s^2}\right)\cdot 1\,(m)}$$

$$\boxed{m = 89240\ \text{Kg}\ !}$$

(6) Η θερμότητα η οποία παράγεται από το ανθρώπινο σώμα σε μια μέρα:

και $W = 0$

$$\frac{q_p}{\Delta t} = 100\,W \Rightarrow q_p = 100\left(\frac{J}{\cancel{s}}\right) \cdot 3600\left(\frac{\cancel{s}}{\cancel{hr}}\right) \cdot 24\left(\frac{\cancel{hr}}{day}\right)$$

$$= 8{,}64 \times 10^6 \, \frac{J}{day}$$

Από τον ορισμό της θερμοχωρητικότητας υπό σταθερή πίεση:

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \Rightarrow \int_0^{q_{p,day}} dH = C_p \int_0^{\Delta T} dT$$

$$q_{p,day} = C_p \cdot \Delta T \Rightarrow q_{p,day} = n \cdot C_{p,m} \cdot \Delta T$$

$$q_{p,day} = \frac{m}{M} \cdot C_{p,m} \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{q_{p,day} \cdot M}{m \cdot C_{p,m}}$$

$$\Delta T = \frac{8{,}64 \times 10^6 \left(\cancel{J}\right) \cdot 0{,}018 \left(\frac{\cancel{kg}}{\cancel{mol}}\right)}{65 \left(\cancel{kg}\right) \cdot 75 \left(\frac{\cancel{J}}{K \cdot \cancel{mol}}\right)}$$

$$\underline{\underline{\Delta T = 31{,}9\,K}}$$

(b) Για να αντισταθμιστεί η αύξηση της θερμοκρασίας ο ανθρώπινος οργανισμός μέσω της διαπνοής εξατμίζει νερό (ενδόθερμη αντίδραση):

$$\Delta H_{vap} = 44 \, \frac{kJ}{mol}$$

Ο αριθμός των mol νερού που πρέπει να εξατμιστούν είναι:

$$n = \frac{8,64 \times 10^{6}\ (J)}{44,0 \times 10^{3}\ (J/mol)}$$

$$\underline{\underline{n = 196,3\ mol}}$$

$$m = M \cdot n = 0,018 \left(\frac{Kg}{\cancel{mol}}\right) \cdot 196,3\ (\cancel{mol}) = \underline{\underline{3,5\ Kg}}$$