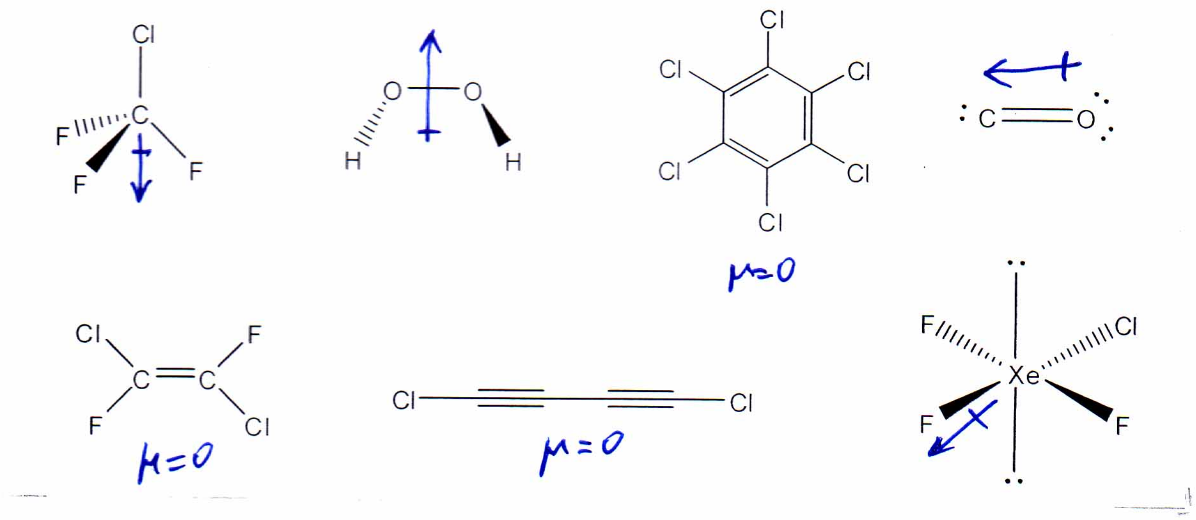
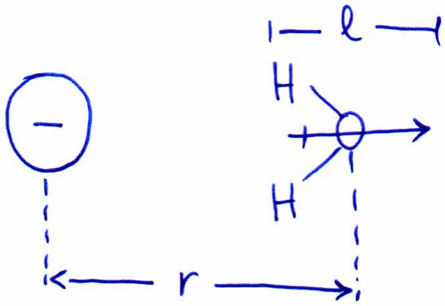
Δεύτερο σετ ασκήσεων

Α' Μέρος:

(1)



(2)



$\mu = 1,85\ D$

$E = ?$

$r = 30nm = 30 \times 10^{-9}\ m$

Από τη σχέση 21.20 του βιβλίου σας, το δυναμικό αλληλεπίδρασης μεταξύ φορτίου και διπόλου δίνεται από τη σχέση, όταν $r \gg l$:

$$V = -\frac{\mu_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad q_2 = 1e = 1,602177 \times 10^{-19} C$$

$(1\ D = 3,33564 \times 10^{-30}\ C \cdot m)$

Η δύναμη η οποία ασκείται από το δίπολο στο ανιόν δίνεται από την σχέση $F = -\frac{dV}{dr}$,

$$F = \frac{2\mu_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\Rightarrow F = \frac{2 \times 1,85\,\cancel{D}\left(\dfrac{3,33564 \times 10^{-30}\ \cancel{C}\cdot m}{1\,\cancel{D}}\right)\cdot\left(1,602177 \times 10^{-19}\,\cancel{C}\right)}{1,11265 \times 10^{-10}\left(\dfrac{C^{\cancel{2}}}{J\,\cancel{m}}\right)\cdot 27 \times 10^{-27}\,(\cancel{m}^3)}$$

$$F = 6.582 \times 10^{-13}\left(\frac{J}{m}\right)$$

Από τον ορισμό του ηλεκτρικού πεδίου

$$\mathcal{E} = \frac{F}{q} = \frac{6.582 \times 10^{-13}\left(\frac{J}{m}\right)}{1.602177 \times 10^{-19}\,(C)} = \underline{\underline{4.108 \times 10^{6}}}\left(\frac{V}{m}\right)$$

C·V

(3) Ο όγκος πολωσιμότητας του H_2O στην περιοχή συχνοτήτων του ορατού φάσματος είναι $1,5 \times 10^{-24}\ cm^3$. Υπολογίστε το δείκτη διάθλασης του νερού.

Ο δείκτης διάθλασης n_r στο vis ή στο UV δίνεται από τον τύπο: $n_r = \mathcal{E}_r^{1/2}$,

με το $\mathcal{E}_r$ μετρούμενο στην ίδια συχνότητα.

Επειδή οι συχνότητες στις οποίες δίνεται ο όγκος πολωσιμότητας α' είναι υψηλές, τα μόρια του νερού δεν μπορούν να αλλάξουν προσανατολισμό αρκετά γρήγορα ώστε να ακολουθήσει την αλλαγή προσανατολισμού του εφαρμοζόμενου πεδίου και έτσι τα μόνιμα δίπολα δεν συνεισφέρουν στην πολωσιμότητα του δείγματος.

Λόγω της απουσίας της συνεισφοράς της διπολικής ροπής μ, γίνεται χρήση της εξίσωσης Clausius-Mossotti.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} &= \frac{\rho \cdot N_A \cdot a}{3M\varepsilon_0} \\ a' &= \frac{a}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow a = 4\pi\varepsilon_0 a' \end{aligned}\right\} \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{\rho \cdot N_A \cdot 4\pi \cancel{\varepsilon_0} a'}{3M \cdot \cancel{\varepsilon_0}}$$

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{1\left(\cancel{g}/\cancel{cm^3}\right) \cdot 6{,}022 \times 10^{23}\left(\frac{1}{\cancel{mol}}\right) \cdot 4 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \times 10^{-24}\,\cancel{cm^3}}{3 \times 18\left(\cancel{g}/\cancel{mol}\right)}$$

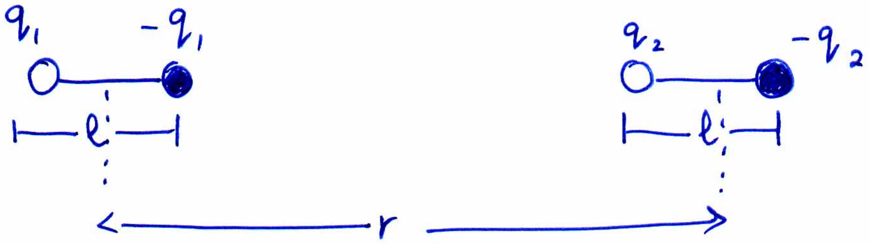
$$= 0{,}2102$$

$$\Rightarrow \varepsilon_r - 1 = 0{,}2102(\varepsilon_r + 2) \Rightarrow \varepsilon_r - 1 = 0{,}2102\,\varepsilon_r + 0{,}4204$$

$$0{,}7898\,\varepsilon_r = 1{,}4204 \Rightarrow \varepsilon_r = 1{,}798$$

$$n_r = \varepsilon_r^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1{,}798} \Rightarrow \underline{\underline{n_r = 1{,}34}}$$

(4)



Υπολογίστε το δυναμικό αλληλεπίδρασης δύο διπόλων τα οποία έχουν την πιο κάτω διευθέτηση.

Ο νόμος του Coulomb: $V = \dfrac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r}$

Έτσι μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{r} - \frac{q_1 \cdot q_2}{r+l} - \frac{q_1 \cdot q_2}{r-l} + \frac{q_1 \cdot q_2}{r}\right)$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q_1 q_2}{r} - \frac{q_1 q_2}{r+l} - \frac{q_1 q_2}{r-l}\right)$$

$$V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{r+l} - \frac{1}{r-l}\right) \Rightarrow$$

Αν θέσουμε ότι το $l = x \cdot r$

$$V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{r+xr} - \frac{1}{r-xr}\right)$$

$$V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(2 - \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x}\right)$$

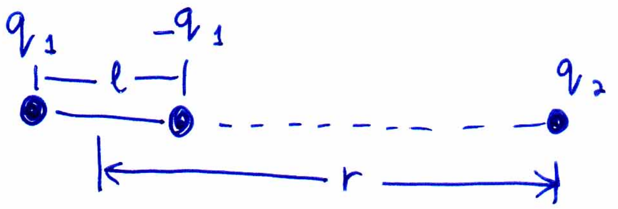
$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{1+x} &= 1 - x + x^2 + \ldots \\ \frac{1}{1-x} &= 1 + x + x^2 + \ldots \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r}\left(2 - 1 + x - x^2 - 1 - x - x^2\right)$$

$$\left.\begin{aligned} V &= -\frac{q_1 q_2 \cdot 2x^2}{4\pi \varepsilon_0 \cdot r} \\ x &= \frac{l}{r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow V = -\frac{q_1 q_2 \cdot 2l^2}{4\pi \varepsilon_0 r^2 \cdot r}$$

$$V = -\frac{2\overbrace{q_1 \cdot l}^{\mu_1} \cdot \overbrace{q_2 \cdot l}^{\mu_2}}{4\pi \varepsilon_0 r^3} \Rightarrow \boxed{V = -\frac{2\mu_1 \mu_2}{4\pi \varepsilon_0 r^3}}$$

(5) Με χρήση του νόμου του Coulomb:



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{q_1 q_2}{r-\frac{\ell}{2}} + \frac{q_1 q_2}{r+\frac{\ell}{2}}\right)$$

$$\frac{\ell}{2} = x \cdot r$$

$$\Rightarrow V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r-xr} + \frac{1}{r+xr}\right)$$

$$\Rightarrow V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(-\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}\right)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \ldots$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \ldots$$

$\Rightarrow$

$$V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(-1 - x - x^2 + 1 - x + x^2\right)$$

$$\Rightarrow V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}(-2x) \Rightarrow V = \frac{-\overbrace{q_1 \cdot \ell}^{\mu_1} \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{V = \frac{-\mu_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

(6) $V = \dfrac{C_1}{r^4} - \dfrac{C_2}{r^2}$

(α) όταν $r = r_0 \Rightarrow V = 0$

$$V = 0 \Rightarrow \frac{C_1}{r_0^4} - \frac{C_2}{r_0^2} = 0 \Rightarrow \frac{C_1}{r_0^{\cancel{4}}} = \frac{C_2}{\cancel{r_0^2}} \Rightarrow r_0^2 = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{r_0 = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}}$$

(β) Όταν $r = r_e \Rightarrow \dfrac{dV}{dr} = 0$

$$-\frac{4C_1}{r_e^5} - \left(-2\frac{C_2}{r_e^3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{4C_1}{r_e^{\cancel{5}\,2}} = \frac{2C_2}{\cancel{r_e^3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{2}{\cancel{4}}C_1}{\cancel{2}C_2} = r_e^2 \Rightarrow \boxed{r_e = \sqrt{\frac{2C_1}{C_2}}}$$

(γ) $\mathcal{E} = V(r_e) \Rightarrow \mathcal{E} = \dfrac{C_1}{\left(\sqrt{\frac{2C_1}{C_2}}\right)^4} - \dfrac{C_2}{\left(\sqrt{\frac{2C_1}{C_2}}\right)^2}$

$$\mathcal{E} = \frac{C_1}{\frac{4C_1^2}{C_2^2}} - \frac{C_2}{\frac{2C_1}{C_2}} = \frac{\cancel{C_1}\cdot C_2^2}{4C_1^{\cancel{2}}} - \frac{C_2^2}{2C_1}$$

$$\mathcal{E} = \frac{C_2^2 - 2C_2^2}{4C_1} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{-C_2^2}{4C_1}}$$

(δ) $F = -\dfrac{dV}{dr} \Rightarrow F = \dfrac{4C_1}{r^5} - \dfrac{2C_2}{r^3}$

(ε) $\dfrac{dF}{dr} = 0 \Rightarrow -\dfrac{20C_1}{r^6} + \dfrac{6C_2}{r^4} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{20C_1}{r^{\cancel{6}2}} = \dfrac{6C_2}{\cancel{r^4}}$

$r^2 = \dfrac{20C_1}{6C_2} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{\dfrac{10C_1}{3C_2}}}$

Δεύτερο σετ ασκήσεων

Β' Μέρος:

28.2) Η ταχύτητα της αντίδρασης δίνεται από την σχέση $v = \frac{1}{\nu_J} \cdot \frac{d[J]}{dt}$

Για την αντίδραση $2A + B \longrightarrow 2C + 3D$

$\nu_C = +2$

Έτσι $v = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \left(\frac{M}{s}\right) = 0{,}50 \left(\frac{M}{s}\right)$

Ο ρυθμός σχηματισμού του $D = 3v = 3 \times 0{,}50 \frac{M}{s}$

$= \underline{\underline{1{,}5 \frac{M}{s}}}$

Ο ρυθμός σχηματισμού του $A = 2v = \underline{\underline{1{,}0 \frac{M}{s}}}$

Ο ρυθμός σχηματισμού του $B = v = \underline{\underline{0{,}5 \frac{M}{s}}}$

28.4) $\frac{d[C]}{dt} = K [A][B][C]$

$v = \frac{1}{\nu_J} \frac{d[J]}{dt}$ όπου $\nu_J = \nu_C = 2$

Έτσι $v = \frac{1}{2} \frac{d[C]}{dt} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot [A][B][C]$

Αφού το v έχει μονάδες μέτρησης $\frac{mol}{L \cdot s}$ έτσι:

$$\frac{\cancel{mol}}{\cancel{L} \cdot s} = K\left(\frac{\cancel{mol}}{\cancel{L}}\right)\left(\frac{mol}{L}\right)\left(\frac{mol}{L}\right) \Rightarrow K = \frac{L^2}{mol^2 \cdot s}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{M^2 \cdot s}$$

28.5) Η αντίδραση διάσπασης του N_2O_5 είναι:

$$N_2O_5 \longrightarrow 2\,NO_2 + \frac{1}{2}O_2$$

Αφού είναι πρώτης τάξεως η αντίδραση:

$$\Rightarrow v = K\,[N_2O_5]$$

Έτσι ο ρυθμός κατανάλωσης του N_2O_5 είναι:

$$-\frac{d[N_2O_5]}{dt} = K[N_2O_5]$$

$$\Rightarrow \int_{[N_2O_5]_0}^{[N_2O_5]} \frac{d[N_2O_5]}{[N_2O_5]} = -K\int_0^t dt$$

$$\ln \frac{[N_2O_5]}{[N_2O_5]_0} = -kt \Rightarrow \cancel{\ln} \frac{[N_2O_5]}{[N_2O_5]_0} = \cancel{\ln}\, e^{-kt}$$

$$\Rightarrow [N_2O_5] = [N_2O_5]_0\, e^{-kt} \quad (1)$$

Από το νόμο των ιδανικών αερίων:

$$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{n}{V} RT \Rightarrow P = C \cdot R \cdot T$$

$$\Rightarrow C = \frac{P}{RT} \quad (2)$$

$$(1) \ \& \ (2) \Rightarrow \frac{P_{N_2O_5,t}}{\cancel{RT}} = \frac{P_{N_2O_5,0}}{\cancel{RT}}\, e^{-kt}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{N_2O_5,t} = P_{N_2O_5,0} \cdot e^{-kt}}$$

Όταν περάσει ο χρόνος ημιζωής τότε $t = \tau_{1/2}$

και $P_{N_2O_5} = \dfrac{P_{N_2O_5,0}}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{P_{N_2O_5,0}}}{2} = \cancel{P_{N_2O_5,0}} \cdot e^{-k\tau_{1/2}}$$

$$\Rightarrow 2 = e^{k\tau_{1/2}} \Rightarrow \ln 2 = k\tau_{1/2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k}}$$

$$\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{2 \cdot 4{,}8 \times 10^{-4} (s^{-1})} \Rightarrow \boxed{\tau_{1/2} = 1444 s}$$

Για $t = 10 s$ $P_{N_2O_5} = 500 \,(Torr) \cdot e^{-4{,}8 \times 10^{-4} (s^{-1}) \cdot 10 (s)}$

$P_{N_2O_5} = 497{,}6$ Torr

Για $t = 10 min = 10 \times 60 s = 600 s$

$P_{N_2O_5} = 500 \,(Torr)\, e^{-4{,}8 \times 10^{-4} (s^{-1}) \cdot 600 (s)}$

$P_{N_2O_5} = 374{,}9$ Torr

Επειδή για κάθε mol N_2O_5 που διασπάται παράγονται 2,5 mol προϊόντων έτσι:

$t = 10 s$, $P_{tot} = 497{,}6 + (500 - 497{,}6) \times 2{,}5 \Rightarrow$

$\boxed{P_{tot} = 503{,}6}$

$t = 600 s$, $P_{tot} = 374{,}9 + (500 - 374{,}9) \times 2{,}5 \Rightarrow$

$\boxed{P_{tot} = 687{,}6}$