

## Errata

Zuletzt aktualisiert: 23. Februar 2021, 00:32

Diese Liste besteht aus bekannten Fehlern in „Vorbereitungskurs Staatsexamen Mathematik“ (1. Auflage, Springer 2017). Falls Sie weitere Irrtümer in unserem Buch entdecken, sind wir für eine E-Mail dazu (vorzugsweise an [funk@ma.tum.de](mailto:funk@ma.tum.de)) dankbar. (D.B./ J.F.F.)

*Hinweis:* Da inzwischen die zweite Auflage des Buches erschienen ist, werden wir diese Liste nicht weiter aktualisieren. Sie erhebt zudem keinen Anspruch auf Vollständigkeit, d.h. die in der zweiten Auflage korrigierten bzw. geänderten Inhalte gehen deutlich über die folgenden Punkte hinaus.

### Algebra

- S. 12: Bei Teilaufgabe **c** sollte es korrekterweise heißen „sodass alle Gruppenelemente außer  $\bar{0}$  Ordnung 7 haben“. (Danke an Vincent Moder)
- S. 21: Die Gruppe  $G$  operiert hier auf dem Normalteiler  $N$ , daher besteht das Repräsentantensystem  $R$  auch aus Elementen  $n \in N$ . Die Lösung ist dadurch zwar trotzdem richtig, aber zugegebenermaßen in missverständlicher Notation. (Danke an Daniel Walter)
- S. 22: In der letzten Gleichungskette zu F10T3A4 sollte zu Beginn  $g \cdot n = n$  stehen. (Danke an die primitiven Enten<sup>1</sup>)
- S. 35: In der Lösung zu F13T3A1 sollen  $\phi$  und  $\psi$  das Gleiche bezeichnen.
- S. 36: Hier haben wir oben das semi-direkte Produkt  $\mathbb{Z}/503\mathbb{Z} \rtimes_{\phi} \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  konstruiert, nicht umgekehrt. (Danke an Daniel Pichler)
- S. 42: Beim Zählen der Elemente ganz unten auf der Seite (zweiter Aufzählungspunkt), muss es lauten:  
Eine 2-Sylowgruppe hat wegen  $2^2 \mid 12$  und  $2^3 \nmid 12$  hier Ordnung 4 [...]  
(Danke an Verena Mayer)
- S. 44: An Ende des vorletzten Absatzes ergibt sich der Widerspruch  $v_p \neq 1$ . (Danke an die primitiven Enten)
- S. 51: In Teil **c** haben wir das semi-direkte Produkt  $G = \mathbb{Z}/q\mathbb{Z} \rtimes_{\phi} \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$  bestimmt, nicht umgekehrt. (Danke an DKS<sup>2</sup>)
- S. 52: In (2) muss es  $N \rtimes_{\phi} P$  heißen, also die Reihenfolge von  $N$  und  $P$  getauscht. (Danke an Daniel Walter)
- S. 56: Hinter der Kette von Körpererweiterungen muss es heißen „ $K_i = K_{i-1}(\alpha_i)$  für ein  $\alpha_i \in L$  und  $\alpha_i^{e_i} \in K_{i-1}$ “. (Danke an DKS)
- S. 58: In der Lösung zu H03T2A1 wird gezeigt, dass  $V_4$  ein Normalteiler von  $A_4$  ist (statt von  $S_4$ ). Tatsächlich zeigt das gleiche Argument auch  $V_4 \trianglelefteq S_4$ . (Danke an Teresa Birle)

<sup>1</sup> Lea Deuter, Sven Kieninger, Patrick Kempf, Magdalena Baader, Marina Marek, Nina Matschl, Sandra Lohmeier, Susanne Werber

<sup>2</sup> Philipp Dippon, Benjamin Knorr, Franziska Steinecker

- S. 64: In der Lösung zu H13T3A3 **a**, dritte Zeile von unten, muss es heißen:  
Wir haben daher  $\text{ord}(\tau) = k \mid \text{ord}(\sigma)$  und [...]  
Ein Stück weiter oben muss natürlich  $\rho^{\text{ord } \sigma}$  statt  $\rho^\sigma$  stehen. (Danke an Teresa Birle und Daniel Walter)
- S. 65: Eine Untergruppe der Ordnung 4 ist abelsch, da sie Primzahlquadratordnung hat, nicht Primzahlordnung, wie fälschlicherweise im Lösungsvorschlag zu H15T2A2 behauptet wurde. Im letzten Satz des Lösungsvorschlags muss es zudem  $S_8$  statt  $S_n$  heißen. (Danke an Verena Mayer und Daniel Walter)
- S. 69: In die erste Gleichung haben sich zwei Tippfehler eingeschlichen: statt  $S_N$  heißt es korrekt  $S_n$  and mit  $A_2$  ist  $A_n$  gemeint. (Danke an Niklas Schmidt)
- S. 70: Am Ende des vorletzten Absatzes ist gemeint  $\ker \phi = \{e\}$ ,  $\ker G$  macht wenig Sinn. (Danke an die primitiven Enten)
- S. 73: Beim Lösungsvorschlag zu F10T1A5 lautet die Annahme im letzten Satz von (1) „Wären  $A_4$  und  $G$  isomorph...“ (Danke an die primitiven Enten)
- S. 79: Bei der Zerlegung von 6 in der Mitte der Seite muss auch im zweiten Faktor  $\sqrt{-5}$  statt  $\sqrt{5}$  stehen. (Danke an DKS)
- S. 83: Im ersten Satz in (3) ersetze  $\omega$  durch  $\sqrt{d}$ . (Danke an Laura Wenzlick)
- S. 84: Zu Beginn des Lösungsvorschlages hat die Normabbildung tatsächlich sogar Wertebereich  $\mathbb{N}_0$ , außerdem Tippfehler in „sodass die Fälle  $N(\alpha) \in \{1, 2, 3, 4\}$  unmöglich sind.“ (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 90: Sinnvollerweise sollte bei der Definition eines faktoriellen Ringes ergänzt werden „Lässt sich jedes Element [...] *eindeutig* bis auf [...] darstellen““. (Danke an DKS)
- S. 94: Bei der Anwendung der Mitternachtsformel ist ein Faktor 2 verloren gegangen (das Ergebnis stimmt trotzdem):

$$a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(2b^2 - 3)}}{2} = -\frac{b}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-7b^2 + 12}.$$

(Danke an Isabella von Solemacher)
- S. 103: Zwei (kleinere) Korrekturen zum erweiterten Euklidischen Algorithmus: in Schritt (2) sollte nicht  $a_k$  durch  $a_{k-1}$ , sondern umgekehrt geteilt werden, also: „Dividiere nun in jedem Schritt  $a_{k-1}$  durch  $a_k$  mit Rest, d.h. finde  $r_k$  und  $q_k$ , sodass  $a_{k-1} = q_k a_k + r_k$  und  $|r_k| < |a_k|$  gilt.“ In Schritt (3) steht auch in der erste Spalte „-“ anstelle von  $q_l$ .
- S. 105: In der zweiten Zeile sollte stehen „...“, dass  $\mathbb{Q}[X]/J$  isomorph zum Körper  $\mathbb{Q}(a)$  ist“. (Danke an Jonas Hafemann)
- S. 112: In der Lösung zu F11T2A1 lautet die korrekte Definition von  $\psi: \mathbb{Z}/30\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ . Zudem ist in der letzten zentrierten Gleichung  $\psi$  (und nicht  $\phi$ ) gemeint. (Danke an Jonas Hafemann)
- S. 121: In der Lösung zu H14T3A2 ist bei der Anwendung des Homomorphiesatzes ein  $\times$  als Zeichen für die Einheitengruppe verloren gegangen: Es gilt natürlich  $\mathbb{Q} \cong \mathbb{F}_p^\times / \{\pm 1\}$ . (Danke an Matthias Haupt und Markus Tischler)

- S. 127: In der letzten Gleichung der Lösung zu F05T3A4 müsste es  $(-1)^{\frac{24}{8}} = -1$  heißen (so haben wir zum Glück gerechnet). (Danke an DKS)
- S. 133: Im Lösungsvorschlag zu F10T3A1 sollte die Faktorisierung von  $f$  richtigerweise mit  $(X-1)(X^4+2X^3+2X^2+2X+2)$  enden. (Danke an die primitiven Enten und Severin Müller)
- S. 137: Der letzte Satz im Lösungsvorschlag zu F13T3A4 sollte folgendermaßen lauten:  
Mit dem Reduktionskriterium 2.26 folgt, dass  $f$  in  $\mathbb{Q}[X]$  irreduzibel ist.  
(Danke an Ludwig Prokop und Daniel Walter)
- S. 156: In Teil **b** von H02T1A3 fehlt die Bezeichnung  $Z$  des Zerfällungskörpers. (Danke an Jonas Hafemann)
- S. 165: In letzten Gleichung sollte statt  $\psi_i$  ein  $\tau_i$  stehen. (Danke an die primitiven Enten)
- S. 168: Die letzte Ungleichung der oberen Aufgabe meint  $\frac{1}{2} = \cos(\frac{2\pi}{6}) > \dots$  (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 169: Im Lösungsvorschlag zu Aufgabenteil **b** von H10T2A4 sollte es richtig heißen:  
Falls  $m = 3^k$  für ein  $k \in \mathbb{N}_0$  gilt, so ist  $3m = 3^{k+1}$  und nur  $d = 3^{k+1}$  erfüllt beide Bedingungen. (Danke an Verena Mayer)
- S. 174: Die Behauptung in Teil **a** sollte korrekt lauten:  
Für  $n \geq 2$  (!) hat  $f_n$  die Form  $f_n = g_n + 2$ , wobei  $g_n$  ein Polynom mit verschwindendem konstanten Koeffizienten ist. Zudem ist  $f_n \equiv X^{2^n} \pmod{2}$  (!). (Danke an Jonas Hafemann)  
Zu Beginn des Induktionsschritts sollte es heißen:  
Es ist dann  $f_n = g_n + 2$  für ein Polynom  $g_n$  wie oben [...]  
Hier stand stattdessen falsch, dass  $f_n = g_n + 1$  sei. (Danke an Matthias Haupt und Markus Tischler)
- S. 177: Ganz oben ist  $K = \mathbb{Q}$  gemeint. (Danke an die primitiven Enten)
- S. 180: In Teil **b** sollte noch kurz bemerkt werden, dass  $K$  tatsächlich der Zerfällungskörper von  $f$  ist. Das geht z.B., indem man die Nullstellen von  $f$  explizit bestimmt (das sind  $\pm\sqrt{2} \pm i$ ) und dann anmerkt, dass  $\sqrt{2} - i = \frac{3}{\sqrt{2}+i} \in K$  gilt. (Danke an DKS)
- S. 189: Der Körper  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  ist natürlich der Zerfällungskörper des Polynoms  $(X^2-2)(X^2-3)$  und *nicht* von  $(X^2-3)(X^3-2)$  wie fälschlicherweise behauptet. (Danke an Matthias Haupt und Markus Tischler)
- S. 191: Im zweiten Absatz von H03T2A2 sollte korrekterweise stehen: „... ist  $t^2 = \text{id}$  (!), was gerade  $\text{ord}(t) = 2$  bedeutet.“ (Danke an Jonas Hafemann)
- S. 192: Im Lösungsvorschlag zu Aufgabenteil **b** liegt das Polynom  $g$  im Polynomring  $\mathbb{Q}(b)[X]$  statt in  $\mathbb{Q}(a)[X]$ . (Danke an Marisa Pendas)
- S. 195: In der vorletzten Zeile ist der Grad  $[k(\alpha_1, \dots, \alpha_r) : k]$  gemeint. Ebenso im Induktionsanfang  $[k(a_1) : k]$ . (Danke an Johanna Rohlf's & Co.)
- S. 202: Im zweiten Gleichungsblock ist das  $\zeta^6$ , das zu  $a_6$  gehört, verloren gegangen. (Danke an die primitiven Enten)

- S. 210: Im ersten Absatz von Teil **b** wurde konsequent der Index 2 in  $\mathbb{F}_2$  unterschlagen. (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 213: In Aufgabenteil **b**: Bei der Suche des Minimalpolynoms müssen die Koeffizienten  $a$  und  $b$  (statt  $b$  und  $c$ ) bestimmt werden. Zudem muss in der Rechnung nach "[...] und dem *freshman's dream* bekommen wir" der Koeffizient vor  $\alpha$  richtigerweise  $(1 - a)$  anstatt  $(a - 1)$  lauten. (Danke an Coach Haze & Jonas Hafemann)
- S. 215: In Satz 3.27 ergänze  $n = [L : K]$ . (Danke an Laura Wenzlick)
- S. 221: Die Ableitung lautet (natürlich)  $f' = 4X^3 - 1$ . Dementsprechend ändert sich die nächste Zeile, nicht aber das Argument an sich. (Danke an DKS)
- S. 232: im Lösungsvorschlag zu Teil **c** von H12T1A1 muss gegen Ende  $q$  durch  $p$  ersetzt werden: Die auftretenden Summanden  $N^- : \text{Stab}_{N^-}(x)$  sind jeweils Teiler von  $|N^-| = q = p^l$  und müssen daher mindestens gleich  $p$  sein. Dies bedeutet aber, dass in der Bahngleichung die rechte Seite von  $p$  geteilt wird, während dies für die linke nicht der Fall ist. (Danke an Matthias Haupt und Markus Tischler)
- S. 235: Tippfehler unter dem Kasten von Definition 4.2: „für die Darstellungsmatrix“. (Danke an Marisa Pendas)
- S. 238: In der zweiten Gleichung steht am Ende  $1 \cdot \sqrt[3]{5^2}$ . (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 238: In der Aufgabenstellung zu H15T3A3 **a** ist  $K := \mathbb{F}_5[X]/(f(X))$  gemeint. (Danke an Jonas Hafemann)

## Analysis reeller Variablen

- S. 254: Kleiner Tippfehler beim Nachweis, dass die Ableitung  $f'$  in 0 nicht stetig ist: hier lautet es im Limes korrekt:  $\frac{2}{\sqrt{2\pi n}} \sin(2\pi n) - 2\sqrt{2\pi n} \cos(2\pi n)$ . (Danke an Verena Jaud)
- S. 261: In blinder Ignoranz haben wir statt der Bezeichnung  $u$  durchgängig  $f$  verwendet. (Danke an die primitiven Enten)
- S. 261: In der Angabe sowie bei  $D^\circ$  bzw.  $\partial D$  haben wir statt  $\mathbb{R}^2$  jeweils  $\mathbb{R}$  geschrieben. (Danke an Stefan Reinhard)
- S. 261: Im Aufgabenteil **c** haben wir im ersten Faktor des letzten Summanden jeweils  $(x^2 + y^2)$  statt korrekterweise  $(x^2 + 2y^2)$  geschrieben. (Danke an Daniel Pichler)
- S. 263: Im letzten Absatz ergibt sich  $g(1) = e - 2 > 0$ , was aber an der Argumentation nichts ändert. (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 264: Gegen Ende der Seite muss  $U \cap E$  statt  $U \cap M$  stehen. (Danke an Daniel Walter)
- S. 265: Hier haben die Autoren kurzzeitig das Rechnen verlernt. Die Funktionswerte am Ende der Seite sollten lauten:

$$\begin{array}{ll}
 f(0, 1) = -3 & f(0, -1) = -3 \\
 f(\sqrt{2}, 0) = 2\sqrt{2} & f(-\sqrt{2}, 0) = -2\sqrt{2} \\
 f(-1, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{-7}{4} & f(-1, \frac{-1}{\sqrt{2}}) = \frac{-7}{4}
 \end{array}$$

Die Funktion  $f$  nimmt daher jeweils das Minimum  $-3$  an der Stelle  $(0, 1)$  bzw.  $(0, -1)$  und das Maximum  $2\sqrt{2}$  bei  $(\sqrt{2}, 0)$  an.

- S. 266: Im Lösungsvorschlag zu H13T2A3 **a** lautet der letzte Eintrag der Hesse-Matrix  $12y^2$ , in Teil **b** muss es lauten:

$$(G \circ \gamma)'(t) = (\nabla G)(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t) = \langle F(\gamma(t)), \gamma'(t) \rangle$$

(Danke an die primitiven Enten und Daniel Walter)

- S. 267: In Teil **a** der unteren Aufgabe sollte es heißen „sodass  $|f(u, v)| = \max\{|f(x, y)| : (x, y) \in K\}$ “, damit hat letzten Endes  $|f|$  ein globales Maximum (und  $f$  dann ein globales Maximum oder Minimum). Zudem wurde  $B$  für  $B_K(0)$  gewählt. (Danke an Elias Bohatsch)

## Funktionentheorie

- S. 272: In der Aufzählung der partiellen Ableitungen zu Beginn der Seite ist ein  $y$  verloren gegangen:

$$\partial_x v(x, y) = -e^{-y} y \sin x + e^{-y} \sin x + e^{-y} x \cos x$$

(Danke an Migjen Stenger)

- S. 273: In der Definition 6.5 sollte man zusätzlich fordern, dass  $u$  zweimal (partiell) differenzierbar ist.

- S. 277: Im Lösungsvorschlag zu Aufgabenteil **b** muss es richtigerweise heißen:

Mittels der zweiten Differentialgleichung erhalten wir weiter

$$\partial_x v(x, y) = -\partial_y u(x, y) = -(2ax - 2y).$$

(Danke an Tanja Karling)

- S. 282: In Teil **b** haben wir die Gleichung nach  $F(\omega)$  aufgelöst. (Danke an Rita Kelmendi)

- S. 284: Die Lösung dieser Aufgabe muss etwas angepasst werden, insbesondere sollte zum Nachweis der Holomorphie der Weierstraß'sche Majorantenkriterium verwendet werden. Eine aktualisierte Lösung findet sich im Dokument der in der zweiten Auflage entfallenen Aufgaben. (Danke an Thomas Eder)

- S. 289: Die Potenzreihenentwicklung  $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$  ist für alle  $z \in \mathbb{E}$  anstatt aller  $z \in \mathbb{N}$  gültig. (Danke an Migjen Stenger)

- S. 293: In der letzten Gleichungskette sollte es auch vor dem letzten  $=$  jeweils  $z^{-k}$  lauten. (Danke an die primitiven Enten)

- S. 296: Die Funktion  $f$  aus dem Riemannschen Hebbarkeitssatz 6.15 sollte holomorph sein. (Danke an DKS)

- S. 297: In Proposition 6.18 sollte natürlich  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} v_n = a$  vorausgesetzt werden. (Danke an Migjen Stenger)

- S. 299: In der vorletzten Gleichung lautet das Ergebnis

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left( \sum_{n=1}^{k+1} a_{k-n} \frac{1}{n!} \right) z^k.$$

(Danke an DKS)

- S. 308: In der Lösung zu H11T3A2 **a** bzw. **c** ersetze jeweils  $N$  durch  $N \cap \Omega$ . Bemerke außerdem, dass  $\frac{2}{2n-1} \neq \frac{1}{n}$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ , sodass das Argument am Ende von **c** auch durchgeht, wenn  $1 \notin \Omega$ .
- S. 314: Im Lösungsvorschlag zu Teil **a** müsste in der vorletzten Zeile stehen „ $B_\varepsilon(1)$  für ein  $\varepsilon > 0$  in  $f(U)$  enthalten“.
- S. 315: Im Teil **a** hätte bei der Abschätzung der Weg zunächst parametrisiert und dann eingesetzt werden sollen, bevor der Betrag in das Integral gezogen wird. Diese lautet dann korrekt:

$$\begin{aligned} |a_n| &= \left| \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial B_r(0)} \frac{f(w)}{w^{n+1}} dw \right| = \frac{1}{2\pi} \left| \int_0^{2\pi} \frac{f(re^{it})}{(re^{it})^{n+1}} \cdot ire^{it} dt \right| \\ &\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|f(re^{it})|}{r^{n+1}} r dt \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{M}{r^n} dt = \frac{M}{r^n}. \end{aligned}$$

(Danke an Johanna Rohlf's und Thomas Eder)

- S. 317: Im Teil **b** wurde  $f(k) = \sin(k\pi) = 0$  berechnet.
- S. 318 (Lösung zu H13T1A1 **c**): Statt „ $f$  nimmt ein Maximum/ Minimum an“ wäre es besser, zu sagen, „ $|f|$  nimmt ein Maximum/Minimum an“.
- S. 328: In der verallgemeinerten Cauchy-Integralformel (Satz 6.31) wurden versehentlich zwei verschiedene Objekte  $a$  getauft. Richtig wäre  $w \in \mathbb{C} \setminus \text{im } \gamma$ . Zudem fehlt die Voraussetzung, dass  $\gamma$  nullhomolog in  $U$  sein muss.
- S. 331: In der mehrzeiligen Gleichung am Ende der oberen Aufgabe haben sich ein paar Tippfehler eingeschlichen. Korrekt müssten die letzten beiden Zeilen lauten:

$$\begin{aligned} \dots &= \frac{-1}{2\pi i} \sum_{k=0}^n 2\pi i \cdot n(\gamma, 0) \cdot \frac{f^{(n-k)}(0)}{(n-k)!} w^{n-k} = \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(n-k)}(0)}{(n-k)!} w^{n-k} = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} w^k = P_n(w). \end{aligned}$$

(Danke an Elias Bohatsch)

- S. 331: Im letzten Absatz lautet die Form der Laurent-Reihen-Entwicklung korrekterweise  $f(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k(z-a)^k$ .
- S. 334: Die Original-Angabe aus dem Staatsexamen definierte Gamma als  $\gamma(t) = 2e^{2it}$ . Die Umlaufzahl wäre damit 2 und die Integrale aus **a** und **c** hätten doppelten Wert. Die angegebene Lösung passt jedoch zur angegebenen Aufgabe.
- S. 345: Bei der Abschätzung des Integrals entlang dem Weg  $\gamma_2$  ist ein Quadrat verloren gegangen:

$$\left| \int_{\gamma_2} f(z) dz \right| \leq \frac{\pi R}{(R^2 - 1)^2}.$$

Am Endergebnis ändert sich jedoch nichts.

(Danke an Daniel Walter)

- S. 350: Korrekt wäre  $\text{Res}(f, -1) = -\frac{1}{2}$ , was zum Glück nie wieder benötigt wurde. (Danke an die primitiven Enten)
- S. 355: Die Abschätzung für  $|(f \circ \gamma_2)(t)|$  ist leider falsch. Um die Lösung zu retten, ersetzen wir  $s$  überall durch  $r$  (wähle also auch  $r > c$ ), denn dann wird immer noch nur die Singularität  $ic$  bei der Integration umlaufen und die Abschätzungen werden richtig:

Vertikale Wege: Definiere  $\gamma_1: [0, r] \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $t \mapsto r + it$ , dann gilt

$$\left| \int_{\gamma_1} f(z) dz \right| \leq \int_0^r \frac{|r + it| |e^{i(r+it)}|}{|(r + it)^2 + c^2|} \cdot |i| dt \stackrel{(\Delta)}{\leq} \int_0^r \frac{2re^{-t}}{r^2} dt$$

Dabei haben wir in der letzten Abschätzung im Nenner die im Buch angegebene Abschätzung

$$|(r + it)^2 + c^2| = |r + it + ic| \cdot |r + it - ic| = |r + i(t + c)| \cdot |r + i(t - c)| \geq r^2 \quad (\star)$$

verwendet. Nach Integration erhalten wir

$$\int_0^r \frac{2re^{-t}}{r^2} dt \leq \frac{2}{r} [-e^{-t}]_0^r = \frac{2}{r} (1 - e^{-r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0.$$

Für den Weg  $\gamma_3: [0, r] \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $t \mapsto -r + i(r - t)$  ergibt sich analog der Grenzwert 0.

Horizontaler Weg: Definiere  $\gamma_2: [-r, r] \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $t \mapsto -t + ir$ , dann haben wir

$$\left| \int_{\gamma_2} f(z) dz \right| \leq \int_{-r}^r \frac{|-t + ir| \cdot |e^{i(-t+ir)}|}{|(-t + ir)^2 + c^2|} dt \stackrel{(\Delta, \star)}{\leq} \int_{-r}^r \frac{2re^{-r}}{r^2 - c^2} dt = \frac{4r^2 e^{-r}}{r^2 - c^2} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$$

für alle  $t \in [-r, r]$ .

(Danke an Thomas Eder und Daniel Walter)

- S. 356: Unter (2) ist in der Skizze die Beschriftung  $Re^{i\theta}$  durch  $Re^{2i\theta}$  zu ersetzen (der Punkt  $z_0$  liegt bei  $r_0 e^{i\theta}$ ). (Danke an Migjen Stenger)
- Unter (3) war eigentlich folgende Formel gemeint:

$$\int_{\Gamma_R} f(z) dz = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\gamma_1} f(z) dz + \lim_{R \rightarrow \infty} c \cdot \int_{\gamma_1} f(z) dz = (1 + c)I.$$

(Danke an Daniel Walter)

- S. 357: In dieser Aufgabe haben sich ein paar kleine Tippfehler eingeschlichen: Der Definitionsbereich von  $\gamma_2$  ist  $[0, \frac{2\pi}{2n}]$ . Bei der Substitution wären vor dem letzten Gleichheitszeichen  $\int_R^0 \dots$  die korrekten Grenzen, nicht  $\int_0^{-R} \dots$ . Bei der Abschätzung von  $\gamma_2$  fehlt im Integral  $\gamma_2'$ . Dies hat zur Folge, dass im Zähler der Abschätzung am Ende ein zusätzliches  $R$  auftaucht; das Integral konvergiert dennoch gegen 0. (Danke an Johanna Rohlf's)
- S. 367: Bei der gesamten Aufgabe ist statt  $\partial K_2(0)$  stets  $\partial \mathbb{D}$  gemeint. Dieser Tippfehler ändert an der Argumentation nichts. Zudem sollte die Definition von  $h$  lauten:  $h: \partial \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}_+$ ,  $z \mapsto \frac{g(z)}{f(z)}$ . (Danke an Isabella Schmidt und Susanne Werber).
- S. 368: Der Fall  $g(z) = 0$  kann nicht eintreten. (Danke an Daniel Bauersachs)
- S. 370: Das letzte Wort in Proposition 6.36 sollte „biholomorph“ lauten. (Danke an Daniel Walter)

- S. 389: Die angegebene Abbildung  $f$  bildet fälschlicherweise den Einheitskreis nicht auf die rechte Halbebene ab. Eine geeignete Abbildung, die durch die Werte  $f(1) = -i, f(-1) = i, f(i) = \infty$  bestimmt wurde, lautet

$$f: \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{H}, \quad z \mapsto \frac{1 - iz}{1 + iz}.$$

(Danke an Matthias Haupt, Markus Tischer, DKS)

## Differentialgleichungen

- S. 402: Das Ergebnis unten auf der Seite müsste lauten:

$$F(x, y) = F(0, 0) + \frac{1}{2}e^{2x}(y^2 + 2x + 4) - 2$$

Da die Stammfunktion aber nur bis auf eine Konstante eindeutig ist, bleibt der Rest des Lösungsvorschlags trotzdem richtig. (Danke an Stefan Baierl)

- S. 421: Der korrekte Verweis am Ende der ersten Aufgabe lautet „und analog (2)(ii)“. (Danke an DKS)
- S. 433: Unerklärlicherweise taucht hier zu Beginn der Seite der Vektor  $(1, 0, -1)$  zweimal auf. Das ist ein Übertragungsfehler und sollte stattdessen  $(-1, 0, 1)$  sein. Dadurch muss auch das Ergebnis für  $\mu_3(t)$  angepasst werden. (Danke an Severin Müller)
- S. 455: Die Differentialgleichung in Prop. 7.20 müsste mit  $a_0y + b$  enden. (Danke an DKS)
- S. 459: Die vorletzte Äquivalenzkette dieser Seite endet korrekterweise mit  $C \sin t + D \cos t = 2 \cos t$ . (Danke an DKS)
- S. 462: Im Einleitungstext findet sich ein Tippfehler: „Die linearen Systeme bieten hier nichts wirklich Neues [...]“ (Danke an Isabella von Solemacher)
- S. 464: Korrekterweise sollte hier stehen „Aus der ersten Gleichung folgt  $H(x_1, 0) = -\frac{1}{2}x_1^2 + H(0, 0)$ “. (Danke an DKS)
- S. 465: Im Lösungsvorschlag zu F05T1A2 ist bei der Berechnung der Hamiltonfunktion in der ersten Zeile ein Minus verloren gegangen. Die Rechnung sollte lauten:

$$H(x, y) - H(0, y) = \int_0^x -(\omega^2 - \omega) d\omega = -\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right)$$

(Danke an Verena Mayer)

- S. 465: Im Hinweis zu H08T3A3 **a** muss es heißen  $\dot{y} = -H_x$ . (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 470: In Teil **c** fehlt bei in der zweiten Zeile ein Quadrat hinter der Klammer, richtigerweise also  $\frac{1}{2}\lambda_2(t)^2 + \lambda_1(t)^2 + (1 - \lambda_1(t)^2)^2 - 1$ . (Danke an DKS)
- S. 472: Hier haben wir  $(x^2(t) + y^2(t)) = r(t)$  statt  $\dots = r^2(t)$  verwendet. Die korrekte Gleichung für  $r'$  wäre dementsprechend

$$r'(t) = (1 - r(t))r(t).$$

Man muss dann durch Trennen der Variablen (bspw. mittels Partialbruchzerlegung) eine Lösung zum Anfangswert  $r(\tau) = r_0$  für  $r_0 \neq 1$  bestimmen und erhält

$$r(t) = \frac{\frac{r_0}{1-r_0} \exp(t-\tau)}{1 + \frac{r_0}{1-r_0} \exp(t-\tau)}.$$

Dies erfüllt dann die gewünschte Grenzwert-Eigenschaft. (Danke an Julian Linne, David Heider et al.)

- S. 474: Am Ende der Seite sollte ein + statt – in der Abschätzung stehen:

$$\rho(t) \geq \rho(0) + \int_0^t \rho(0)(\lambda - c^4) d\tau = \rho(0)(1 + (\lambda - c^4)t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty.$$

(Danke an Markus Eglseder)

- S. 485: In Teil **c** wurde gleich zu Beginn der Index von  $v_1$  unterschlagen. (Danke an DKS)

### Aufgabenlösungen: Algebra

- S. 515: In der Lösung zu F16T1A5 **b** ist ein Minus im Exponenten verloren gegangen. Richtig muss es lauten:  $\operatorname{Im} \zeta_5^{-1} = -\operatorname{Im} \zeta_5$ . (Danke an Sina Miederer)
- S. 516: In der Mitte von Teil **a** ist  $\det A = 1$  gemeint.
- S. 517: Im ersten Absatz müsste es richtig heißen: „Außerdem ist  $H$  als Gruppe...“
- S. 553: Bei F17T2A4 **a** liefert die Division mit Rest von  $g$  durch  $f$ , dass  $g = fq + h$ . (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 553: Bei F17T2A4 **a** lautet die Annahme im zweiten Absatz „Wäre  $a_1 \neq 0$  **oder**  $a_2 \neq 0$ , so...“. (Danke an DKS)

### Aufgabenlösungen: Analysis

- S. 567: Richtig sollte es lauten:

Einsetzen gibt

$$\cos 2t \stackrel{!}{=} \dots = (-3c_1 + 4c_2) \cos 2t + (-3c_2 - 4c_1) \sin 2t$$

(Danke an Isabella von Solemacher)

- S. 568: Im unteren Teil der Seite sollte der Fall  $c \neq 0$  und  $d \neq 4$  (statt  $d \neq 0$ ) betrachtet werden. (Danke an Laura Wenzlick)
- S. 573: Im Lösungsvorschlag zu Aufgabenteil **b** ist die richtige Faktorisierung  $z^2 + 2z + 2 = (z + 1 + i)(z + 1 - i)$  und die Funktion  $g_t$  hat Wertebereich  $\mathbb{C}$ . (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 574: Im oberen Teil der Seite wurde ein  $i$  im Vorfaktor  $\frac{1}{2\pi i}$  in der Berechnung von  $f(t)$  unterschlagen. (Danke an Laura Wenzlick)

- S. 574: Im ersten Absatz zu F15T3A2 fehlt  $\frac{d}{dt}$  vor im Satz „dass dann  $\frac{d}{dt}e^{M(t)} = M'(t) \cdot e^{M(t)}$  gilt (Kettenregel für Matrizen)“. (Danke an Daniel Bauersachs)
- S. 584: Hier sollte es in etwa der Mitte der Seite heißen:  
 Weil  $f$  und  $g$  keine Nullstellen in  $\mathbb{D}$  haben, sind sie nicht die Nullfunktion, sodass  $\zeta$  eine Nullstelle endlicher Ordnung ist.  
 Hier war ursprünglich stattdessen die Rede von der 0. (Danke an Matthias Haupt und Markus Tischler)
- S. 586: In H15T1A3 **b** müssen nach dem Abtrennen der 1 die Summanden des Bruches alle mit einem Minus versehen werden. (Danke an Daniel Bauersachs)
- S. 590: Bei Teil **a** ergibt sich am Ende  $(z + \frac{\pi}{2})^2 g(z)$ , was im Folgenden jedoch korrekt war. (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 590: Zu Beginn von Teil **b** ist korrekt  $\text{Res}(f; \frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{\pi}$ , es wurde im Nenner der Faktor  $(z + \frac{\pi}{2})$  vergessen. Dementsprechend muss in Teil **d** dann  $c = \frac{1}{\pi}$  gewählt werden. (Danke an Daniel Bauersachs)
- S. 591: Bei der Lösung zu H15T3A1 ist in der ersten Gleichung ein Quadrat verschwunden. Das korrekte Ergebnis lautet dementsprechend  $\frac{1}{2}i$ . (Danke an Markus Tischler und Matthias Haupt)
- S. 592: Bei der Berechnung der ersten beiden Integrale in H15T3A1 sind die Faktoren  $2\pi i$  verloren gegangen. Das Ergebnis stimmt jedoch trotzdem. (Danke an Ludwig Prokop)
- S. 594: In Teil **c** sollte auf Teil **b**, nicht Teil **a** verwiesen werden. (Danke an Daniel Bauersachs)
- S. 595: Unten auf der Seite, zweite Zeile der abgesetzten Formel, steht ein einsames  $+$ , dem eigentlich eine 1 folgen sollte. (Danke an Laura Wenzlick)
- S. 605: In der Mitte der Induktion beginnt das Produkt fälschlicherweise zweimal bei  $l = 1$  statt  $l = 0$ . (Danke an Xaver Errmann)
- S. 608: Hier haben wir fälschlicherweise Integral und Grenzwert vertauscht, was aber nicht zulässig ist, da es sich um ein uneigentliches Integral handelt. Den korrekten Wert erhält man mit der Stammfunktion  $F_n(x) = -\frac{1}{n}(x+n)e^{-x/n}$  (die sich aus partieller Integration ergibt):
 
$$\int_0^\infty f_n(x) dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R f_n(x) dx = \lim_{R \rightarrow \infty} 1 - \frac{1}{n}(R+n)e^{-R/n} = 1$$
 und somit ist auch der gesuchte Grenzwert 1. (Danke an Stefan Reinhard)
- S. 611: Hier waren wir nicht imstande, den Sinus abzuleiten. In der Jacobi-Matrix ergibt sich im Eintrag links unten  $-\cos x$ . (Danke an Markus Tischer und Matthias Haupt)
- S. 627: Bei Aufgabe 2 fehlt der Wertebereich von  $f_n$ . Gemeint ist  $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
- S. 629: Bei der Lösung zu H16T1A1 **a** ist auch der zweite Limes für  $z \rightarrow z_0$ . (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 631: Die Folge  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sollte wohl so gewählt sein, dass sich  $\lim_{n \rightarrow \infty} \exp(\frac{1}{v_n}) = +\pi$  ergibt. Am Argument ändert sich nichts. (Danke an Isabella Schmidt)

- S. 632: Im Lösungsvorschlag zu H16T1A3 **a** müsste in der Mitte des langen Absatzes stehen „gibt es ... ein  $x_1 \in ]0, x_0[$  mit  $y(x_1) = 0$ “. (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 634: Die letzte Rechnung im Vorschlag zu H16T1A4 lautet korrekt

$$\begin{aligned} \int_0^1 x e^{2x} dx &= \left[ \frac{1}{2} x e^{2x} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2} e^{2x} dx = \\ &= \left[ \frac{1}{2} x e^{2x} \right]_0^1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^1 = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} (e^2 + 1). \end{aligned}$$

(Danke an Isabella Schmidt)

- S. 634: Hier haben wir eine Ruhelage unterschlagen. Es ergibt sich im Fall  $x = 0$  auch die Lösung  $y = \frac{1}{2}$  der zweiten Gleichung. Linearisierung ergibt die Matrix

$$(Df)\left(0, \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

und da einer der Eigenwerte positiv ist, ist die Ruhelage instabil.

- S. 636: Der Nenner der Funktion  $g_1$  müsste  $(3z + 2)^2$  sein, die Funktion ist zudem holomorph auf einer Umgebung der 1 (nicht der 0). Im letzteren Teil von **b** ist statt  $f$  stets die Funktion  $h$  gemeint. (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 651: In der Aufgabenstellung zu F17T3A5 ist ein  $n$  verloren gegangen.

$$f_n(x) = \frac{n}{1 + n^2 x^2}.$$

(Danke an Isabella Schmidt)

- S. 653: Beim Lösungsvorschlag zum Aufgabenteil **b** heißt der letzte Satz natürlich „wird der *maximale* Wert auch angenommen.“ (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 653: Beim Lösungsvorschlag zu F17T1A3 **a** lautet der letzte Term auf dieser Seite  $\partial_y \operatorname{Im} f'(z)$ . (Danke an Isabella Schmidt)
- S. 660: Im Lösungsvorschlag zu F17T2A3 **b** ist in der zweiten Zeile des Trennens der Variablen ein Exponent falsch. Dort sollte eigentlich stehen:

$$\frac{2}{3} \left( g(x_2)^{3/2} - x_1(\tau)^{3/2} \right) = \frac{2}{3} \left( x_2^{3/2} - \tau^{3/2} \right)$$

Ab der nachfolgenden Zeile ist die Rechnung dann wieder korrekt. (Danke an Amelie Stebani)